

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 10 класса

муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения  
«Средняя общеобразовательная школа №5 с углубленным изучением отдельных  
предметов»  
Старооскольского городского округа Белгородской области

Галиуллина Дениса Дмитриевича

Педагог-наставник:  
учитель математики МБОУ  
«Средняя общеобразовательная школа №5  
с углубленным изучением отдельных предметов»  
Файзулина Светлана Галиевна

Решение:

$$10.1 \quad \underbrace{2}_{a_1} \quad \underbrace{4}_{a_2} \quad \underbrace{6}_{a_3} \quad \underbrace{8}_{a_4} \quad \underbrace{10}_{a_5} \quad \dots$$

$$121122111222\dots$$

Возьмем цифры в группы. Заметим, что получившиеся группы образуют арифметическую прогрессию, где:

$$a_1 = 2$$

$$d = 2$$

$$n = 10101$$

Найдем сумму цифр

$$S = \frac{a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S = \frac{2 + 2(10101-1)}{2} \cdot 10101 = 102030201$$

Зная, что кол-во 2 и 1 одинаково в группах, то

$$\frac{102030201}{2} = 51015100,5$$

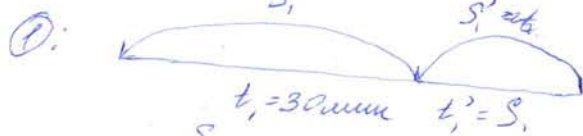
Т.к. сначала идет 1 потом 2, то всего:

$$51015101 \text{ цифр}$$

Ответ: 51015101 05

Решение:

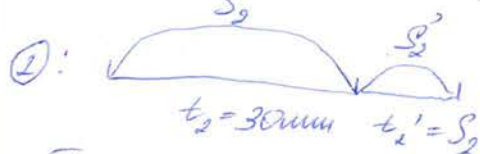
10.2. Рассмотрим двух спортсменов ① - Василий ② - Алексей



$$S_1 = S_2 + 6$$

$$S_1 + S_1' = S_2 + S_2' + 11$$

$$S_1' = S_2' + 5$$



Т.к.  $v = \text{const}$ , то:

$$1) \frac{S_1}{t_1} = \frac{S_1'}{t_1'} \quad t_1 = 30 \quad S_1' = 30 \text{ min} = S_2 - S_2' = 25 \text{ min}$$

$$2) \frac{S_2}{t_2} = \frac{S_2'}{t_2'} \quad t_2 = S_2'$$

$$S_1^2 = S_1' t_1 \quad S_1 = \sqrt{S_1' t_1}$$

$$S_2^2 = S_2' t_2 \quad S_2 = \sqrt{S_2' t_2} \quad t_1 = t_2 \Rightarrow S_2 = \sqrt{S_2' t_1}$$

$$\begin{cases} \sqrt{S_1' t_1} - \sqrt{S_2' t_1} = 6 \\ S_1 - S_2 = 5 \end{cases}$$

05.

Решение:

10.3 Решение:

$$(x^2 + 10x + q)(x^2 + 10x + q + 18) = 0$$

Уравнение имеет 4 корня, если оба  $D > 0$

$$\begin{cases} x^2 + 10x + q = 0 \\ x^2 + 10x + (q + 18) = 0 \end{cases} \begin{cases} 25 - q > 0 \\ 25 - (q + 18) > 0 \end{cases}$$

$$1) D = 100 - 4q = 25 - q$$

$$2) D = 100 - 4q - 72 = 28 - 4q = 7 - q$$

$$\begin{cases} x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{25 - q}}{2} \\ x_{3,4} = \frac{-10 \pm \sqrt{7 - q}}{2} \end{cases}$$

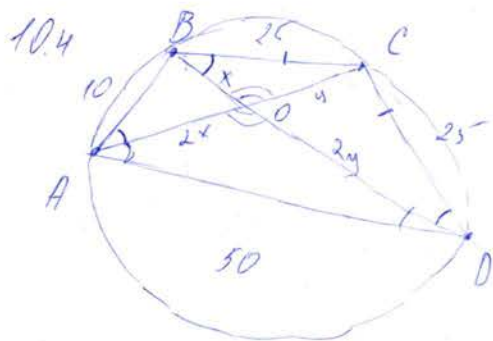


$$q \in (-\infty; -7) \cup (25; +\infty)$$

Чтобы 4 корня образовали ариф. прогрессию, достаточно выполнить условие:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + d \\ x_3 = x_2 + d \\ x_4 = x_3 + d \end{cases} \quad (\text{пример})$$

Ответ:



Решение:

$$\angle BAD + \angle BCD < 180^\circ$$

Проведем диагонали BD и AC

$$\begin{cases} \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \\ \angle CBA + \angle CDA = 180^\circ \end{cases} \quad (\text{по св. описанной около четырехугол. окружности})$$

$$\angle CBD = \angle CDB \quad (\text{равнобедр. } \triangle CBD)$$

$$\angle CBD = \angle CAD \quad \text{и} \quad \angle BAC = \angle CDB$$

(вписанные углы, опирающиеся на одну дугу)

$$\angle BCD = 180^\circ - 2\angle CDB$$

$$\angle BAD = 2\angle CDB$$

$$\angle BOC = \angle AOD \text{ - вертикальные } \Rightarrow \triangle AOD \text{ и } \triangle BOC \Rightarrow \text{ по теореме } BC \parallel AD$$

$$\Rightarrow \angle CBD = \angle BDA \quad \text{и} \quad k = \frac{250}{25} = 2$$

$$CO = y, OD = 2y \Rightarrow \angle COB = 30^\circ \Rightarrow \angle BAD + \angle CDA = 30 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 120^\circ$$

Ответ:  $120^\circ$

10.5. Решение:

10-88

$$a_1, a_2, \dots, a_{15}$$

$$a_1, a_2 a_3, a_2 a_3 a_4, \dots, a_{15} a_1 a_2$$

$$1, 3, 5, 7, \dots, 2k+1$$

Т.к. ряд из нечетных чисел, то  $k \in \mathbb{N}$

п	балл	подпись	расшифровка
1	0	<del>Лев</del> <del>Мел</del> (Лев)	Корникова Н.А. Серовская Н.В.
2	0	<del>Лев</del> (Лев)	Белых Ю.В. Лобачева Е.В.
3	0	<del>Лев</del> Лев	Мокахова Л.А. Юсва Л.И.
4	2	<del>Лев</del> Лев	Тютинцева Т.И. Аришкова С.А.
5	0	<del>Лев</del> Лев	Мокахова Л.А. Юсва Л.И.
итого	2		